

硬幣合併問題的難度證明與近似演算法設計

Hardness Proof and Approximation Algorithm for the Coin Merge Problem

學生：黃家元

指導教授：陳奇業

A.

摘要

「有 n 堆硬幣，每次操作選擇兩堆共同移除 x 枚硬幣，合成一堆新的 $2x$ 枚硬幣。問最少需要幾次操作使硬幣變為至多堆？」本專題提供上述硬幣合併問題的難度證明，以硬幣堆數作為理論最佳解的下界，再提出近似演算法並給出近似比。

B.

研究方法

使用 partition 問題作為用於歸約的 NP-Complete 問題，證明所有 Partition 問題的實例都能轉換為對應的硬幣合併問題實例，即證明硬幣合併問題的難度至少和 Partition 問題相當。給出難度證明之後，實作一個近似演算法，並給出該近似演算法根據硬幣數量的範圍和硬幣堆數的近似比。

D.

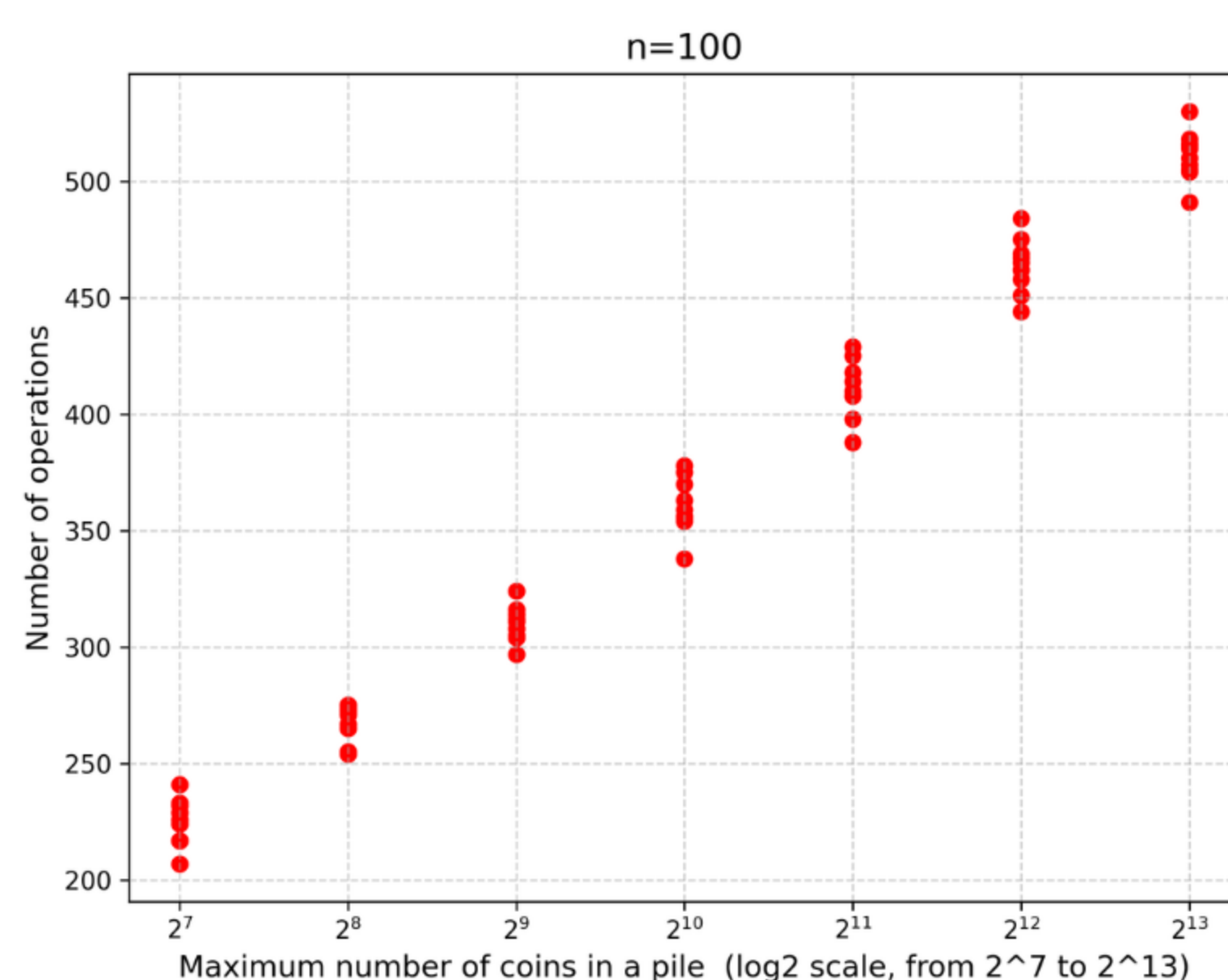
結論與未來展望

實驗結果顯示，本研究提出的近似演算法在數值範圍越小的情況下越貼近理論下界，在總硬幣數量不超過單精度整數表示的範圍下，大約可達到2倍於下界的表現。未來可能針對更大範圍的硬幣總量或堆數使用其他近似算法以優化表現。

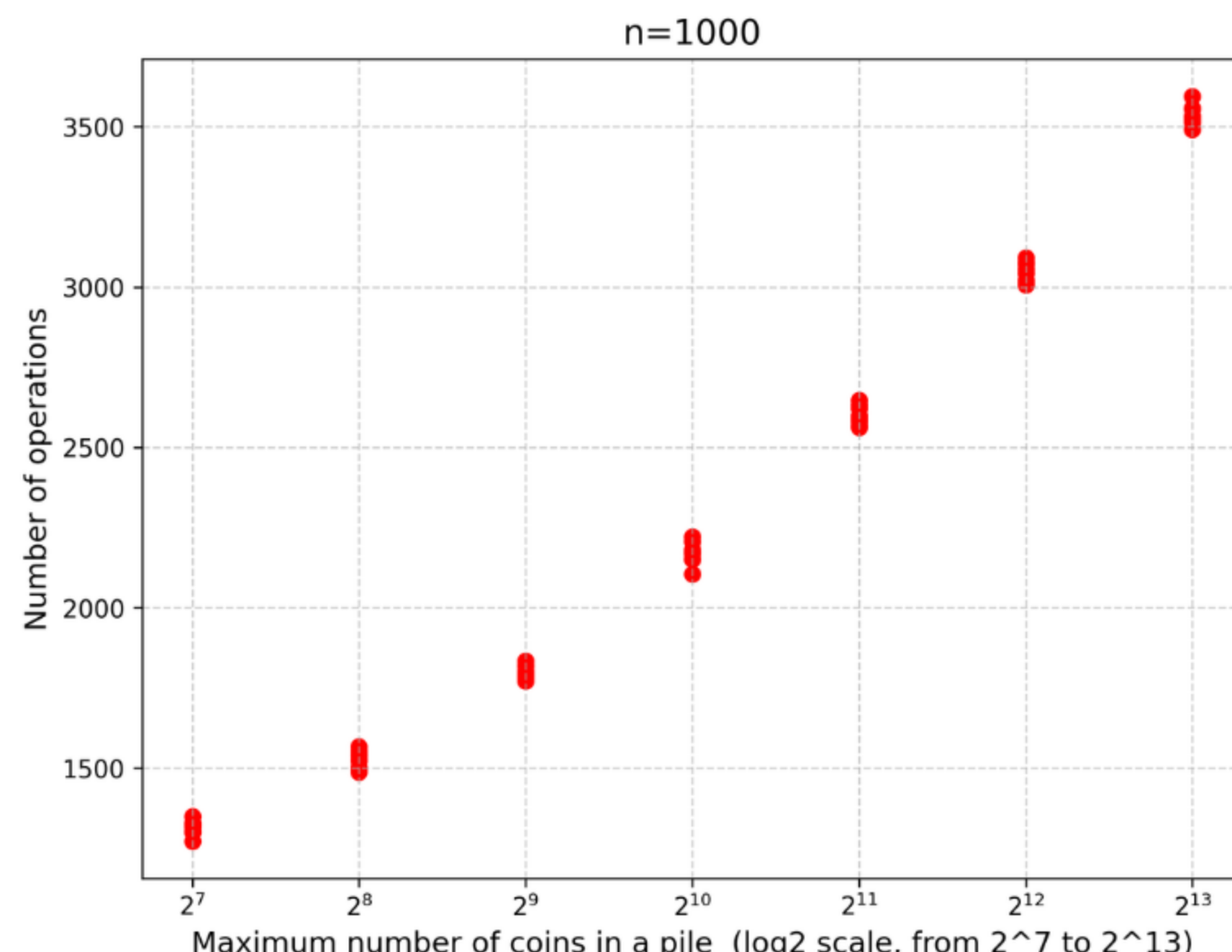
C.

研究過程與結果

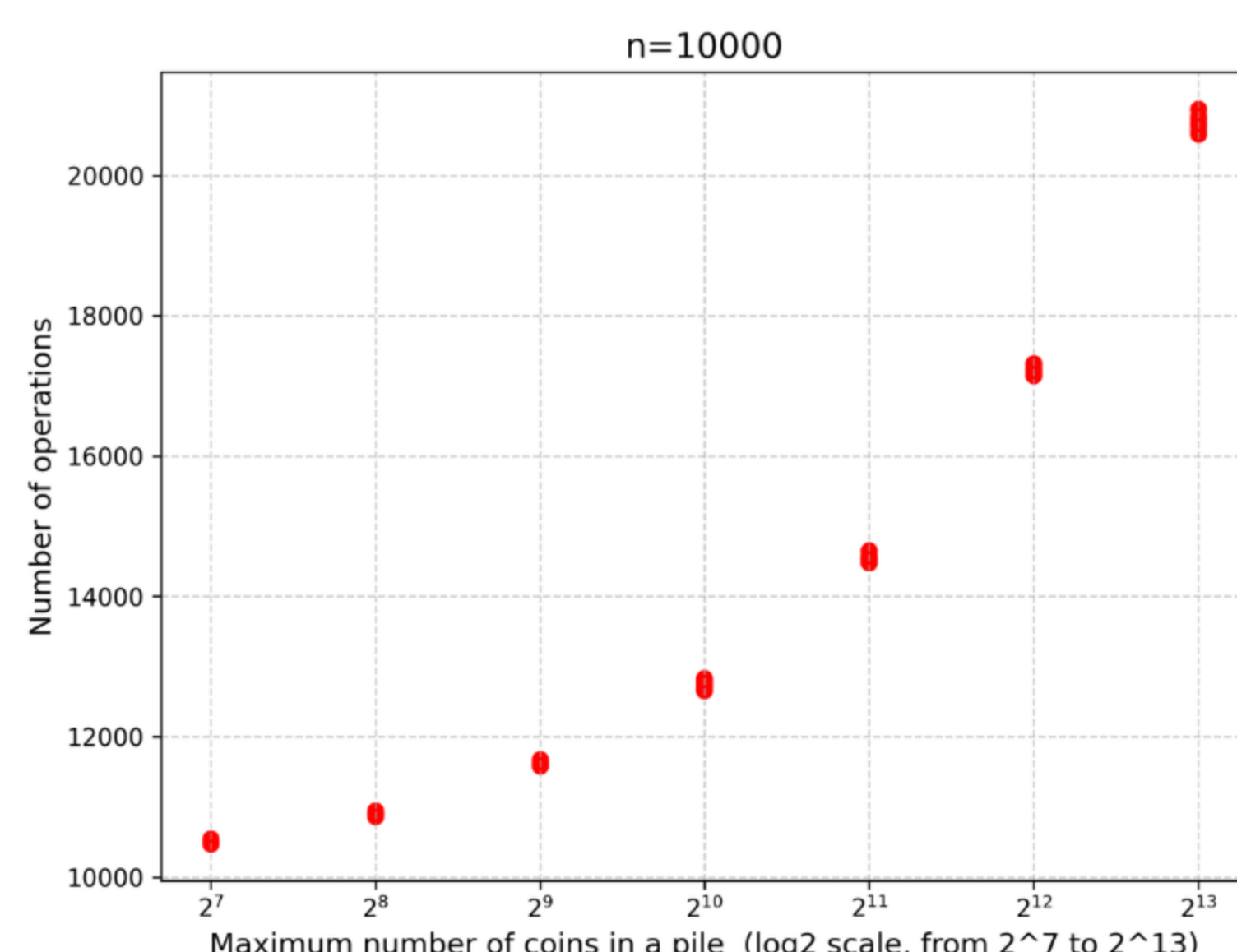
近似演算法的實作邏輯是從二進制表示中含有較低位的硬幣堆開始合併，保證範圍內每個位元最多只被一個硬幣堆含有，最後再由持有最大位元的硬幣堆合併所有剩餘硬幣堆。以下為不同硬幣堆數與硬幣數量範圍的實驗結果



硬幣堆數為100,不同的硬幣數量對應操作數



硬幣堆數為100,不同的硬幣數量對應操作數



硬幣堆數為100下,不同的硬幣數量對應操作數

詳細證明過程與
近似算法說明

